UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN

FACULTAD DE CIENCIAS AGRÍCOLAS, PECUARIAS Y FORESTALES

ESCUELA DE CIENCIAS FORESTALES

Validación de ecuaciones de altura y volumen de *Pinus radiata* D. Don de valles interandinos

Pasantía para obtener el título de Técnico Superior Forestal

RICARDO HERNÁN VARGAS RAMOS

COCHABAMBA-BOLIVIA

2026

Resumen

Las ecuaciones de estimación de altura total y volumen forestal en *Pinus radiata* D. Don son herramientas ampliamente utilizadas en la planificación y manejo forestal. Sin embargo, su aplicación en sitios distintos a aquellos donde fueron desarrolladas genera incertidumbre respecto a su capacidad predictiva, debido a posibles variaciones en las condiciones edafoclimáticas y dasométricas. En este contexto, el presente estudio tuvo como objetivo validar ecuaciones de altura total y volumen en plantaciones forestales de los valles interandinos del departamento de Cochabamba, Bolivia, con el fin de evaluar su desempeño fuera del área original de ajuste.

La evaluación se realizó a partir de una base de datos de 26 árboles obtenidos mediante muestreo destructivo, comparando valores observados y estimados de altura y volumen. El desempeño de los modelos se evaluó mediante la raíz del error cuadrático medio (RECM), el error medio absoluto (EMA), la diferencia agregada porcentual (DA%) y la prueba no paramétrica de rangos con signo de Wilcoxon. La RECM y el EMA se utilizaron como indicadores de precisión del ajuste, mientras que la DA% permitió cuantificar el sesgo sistemático de las estimaciones, indicando tendencias de sobrestimación o subestimación. Por su parte, la prueba de Wilcoxon permitió evaluar la existencia de diferencias significativas entre los valores observados y estimados.

Los resultados generales indicaron que la ecuación de volumen de dos entradas presentó la mayor precisión predictiva, aunque con ligera sobreestimación y diferencias significativas respecto a los valores observados. La ecuación de una entrada mostró menor precisión, pero un comportamiento más equilibrado en términos de sesgo y ausencia de diferencias significativas.

Por su parte, la ecuación de altura total presentó buen ajuste general y no mostró diferencias significativas entre valores observados y estimados.

Sin embargo, el análisis desagregado por municipio evidenció variaciones importantes en el desempeño de las ecuaciones, asociadas a las diferentes condiciones edafoclimáticas de los sitios evaluados. En consecuencia, se determinó que el desempeño de los modelos no es homogéneo espacialmente, por lo que su aplicación debe realizarse considerando las características locales de cada sitio, a fin de reducir la incertidumbre en las estimaciones forestales.

Palabras clave: *Pinus radiata, validación de ecuaciones, volumen forestal, altura total, modelos alométricos, valles interandinos, Cochabamba, Bolivia.*

Abstract

Total height and forest volume estimation equations for *Pinus radiata* D. Don are widely used tools in forest planning and management. However, their application in sites different from those where they were originally developed generates uncertainty regarding their predictive performance due to possible variations in edaphoclimatic and dendrometric conditions. In this context, the objective of this study was to validate total height and volume equations in forest plantations located in the inter-Andean valleys of the Department of Cochabamba, Bolivia, in order to evaluate their performance outside their original calibration area.

The evaluation was conducted using a database of 26 trees obtained through destructive sampling, comparing observed and estimated values of height and volume. Model performance was assessed using the Root Mean Square Error (RMSE), Mean Absolute Error (MAE), Aggregate Percentage Difference (APD%), and the non-parametric Wilcoxon signed-rank test. RMSE and MAE were used as indicators of predictive accuracy, whereas APD% quantified systematic bias by identifying tendencies toward overestimation or underestimation. The Wilcoxon test was applied to determine the existence of significant differences between observed and estimated values.

The overall results indicated that the two-entry volume equation showed the highest predictive accuracy, although it slightly overestimated values and presented significant differences with respect to observed data. The single-entry volume equation exhibited lower accuracy but a more balanced performance in terms of bias and absence of significant differences. The total height equation

showed a good overall fit and no significant differences between observed and estimated values.

However, the municipality-level analysis revealed important variations in model performance associated with the differing edaphoclimatic conditions of the evaluated sites. Consequently, it was determined that model performance is not spatially homogeneous, and therefore their application should consider local site characteristics in order to reduce uncertainty in forest estimations.

Keywords: *Pinus radiata, equation validation, forest volume, total height, allometric models, inter-Andean valleys, Cochabamba, Bolivia.*

I. Introducción

En Bolivia, las plantaciones forestales constituyen una alternativa importante para la producción sostenible de madera y otros productos forestales, contribuyendo al abastecimiento de materia prima para la industria forestal y reduciendo la presión sobre los bosques naturales. En este contexto, el conocimiento de la estructura y productividad de las especies forestales resulta fundamental para la planificación del manejo forestal y la estimación de los recursos disponibles (Prodan et al., 1997).

La especie *Pinus radiata* se encuentra entre las más utilizadas en plantaciones forestales a nivel mundial, debido a su amplia distribución, su capacidad de adaptación a distintas condiciones ambientales y su relevancia en la producción de madera, así como en la generación de biomasa y captura de carbono (Ferrere et al., 2015).

En Bolivia, particularmente en el departamento de Cochabamba, las plantaciones forestales tienen una importancia significativa dentro del sector forestal. Se estima que las plantaciones en Cochabamba representan aproximadamente el 71 % del área total plantada en el país, siendo *Pinus radiata* una de las especies más utilizadas junto con *Eucalyptus globulus*. Estas plantaciones se encuentran generalmente en propiedades pequeñas o medianas y constituyen una actividad económica relevante para muchas comunidades rurales, especialmente en áreas con limitadas oportunidades productivas (Guzmán et al., 2012).

Para el manejo adecuado de estas plantaciones es necesario contar con información precisa sobre variables dendrométricas fundamentales como el diámetro a la altura del pecho (DAP), la altura total y el volumen de los árboles.

Estas variables constituyen la base para la realización de inventarios forestales y permiten estimar la cantidad de madera existente en una determinada área (Prodan et al., 1997).

La estimación directa del volumen de los árboles mediante métodos de cubicación requiere mediciones detalladas a lo largo del fuste, lo que implica una alta inversión de tiempo y recursos. Por ello, en la práctica forestal se recurre a métodos indirectos y ecuaciones de volumen que permiten estimar esta variable a partir de mediciones más simples, como el diámetro y la altura del árbol (Guzmán-Santiago et al., 2020).

Las ecuaciones de volumen se generan a partir de modelos de regresión que relacionan el volumen real con variables dendrométricas medidas en campo. Una vez ajustadas, estas funciones permiten estimar el volumen de múltiples árboles de manera indirecta, reduciendo la necesidad de muestreos destructivos y optimizando los procesos de inventario y manejo forestal (Guzmán-Santiago et al., 2020).

Sin embargo, las ecuaciones desarrolladas para una especie o región determinada deben ser evaluadas antes de su aplicación en nuevas condiciones ecológicas, ya que factores como el clima, el suelo, la altitud y las condiciones de crecimiento pueden influir en la forma y desarrollo de los árboles y afectar la precisión de las estimaciones.

En este contexto, la presente pasantía tiene como propósito validar ecuaciones de altura y volumen para *Pinus radiata* D. Don en plantaciones ubicadas en la zona de valles interandinos del departamento de Cochabamba, mediante la recolección de datos dendrométricos en campo y la comparación entre valores observados y valores estimados por modelos matemáticos, con el

fin de evaluar la precisión de dichas ecuaciones y su aplicabilidad en inventarios forestales y en la estimación de la producción maderera.

II. Objetivos

III. Objetivo general

- Validar una ecuación estimadora de altura y dos funciones de volumen para *Pinus radiata* D. Don para su aplicación fiable en inventarios forestales y en la estimación de la producción maderable en los municipios de Alalay, Tapacarí y Tiraque.

IV. Objetivos específicos

- Organizar la base de datos requerida para la validación de la ecuación de altura y funciones de volumen con los datos de campo de altura total, diámetro a la altura del pecho (DAP) y volumen de árboles de *Pinus radiata* correspondientes a tres condiciones de sitio.
- Generar las estimaciones de altura y volumen aplicando los modelos sujetos a validación, para estructurar la base de datos de valores reales, valores estimados y errores.
- Desarrollar las pruebas de validación para las tres ecuaciones estimadoras aplicando los estadísticos de exactitud (raíz del error cuadrático medio, error medio absoluto) y sesgo (diferencia agregada, prueba de Wilcoxon).

Índice

I. Introducción 1

1.1. Objetivos 3

1.1.1. Objetivo general 3

1.1.2. Objetivos específicos 3

II. Revisión de literatura 4

2.1. Plantaciones forestales 4

2.2. *Pinus radiata* 4

2.3. Inventarios forestales 5

2.4. Métodos de medición de variables dendrométricas 6

2.4.1. Diámetro a la altura del pecho (DAP) 7

2.4.2. Altura del árbol 7

2.4.3. Volumen del árbol 8

2.5. Volumen forestal 8

2.6. Tipos de volumen forestal 8

2.6.1. Volumen bruto 8

2.6.2. Volumen neto 8

2.7. Espesor de corteza 9

2.8. Cubicación de árboles 9

2.8.1. Cubicación por seccionamiento 9

2.8.2. Método de Smalian 9

2.9. Análisis de regresión en estudios forestales 9

2.10. Modelos de crecimiento y funciones de volumen en *Pinus radiata* 10

2.10.1. Función de altura total para la región de los valles interandinos de Cochabamba 11
2.10.2. Funciones de volumen 12
2.11. Validación de ecuaciones dendrométricas 13
2.12. Estadísticos de validación de modelos 13
2.12.1. Medidas de precisión del modelo 13
2.12.1.1. Estadísticos de exactitud en modelos forestales 14
2.12.1.2. Raíz del error cuadrático medio (RECM) 14
2.12.1.3. Error medio absoluto (EMA) 14
2.12.2. Métodos de análisis de sesgo en predicciones dendrométricas 14
2.12.3. Diferencia agregada porcentual (DA%) 15
2.12.4. Pruebas no paramétricas en validación de modelos 15
2.12.4.1. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon 16
2.13. Base de datos forestales 17
2.14. Condiciones de sitio y factores ambientales en zonas interandinas 17
III. Materiales y métodos 19
3.1. Ubicación del área de estudio 19
3.1.1. Caracterización ecológica del área de estudio 19
3.1.2. Cartografía y sistema de referencia espacial 20
3.1.2.1. Mapa de ubicación del área de estudio 22
3.1.2.2. Mapa de puntos de muestreo 23
3.1.2.3. Muestreo en el Municipio de Alalay 23
3.1.2.4. Muestreo en el Municipio de Tapacarí 24
3.1.2.5. Muestreo en el Municipio de Tiraque 25

3.2. Materiales y equipos 25
3.2.1. Fase de campo 25
3.2.2. Material biológico 26
3.2.3. Fase de gabinete 26
3.3. Fuente de información 26
3.3.1. Características de la base de datos 27
3.4. Diseño y estructura de la base de datos 28
3.4.1. Estructura en Excel 28
3.4.2. Variables y organización de datos 28
3.4.3. Seccionamiento del fuste 29
3.4.4. Variaciones en el tocón 29
3.4.5. Organización geométrica del fuste 29
3.4.6. Síntesis de la estructura de la base de datos 29
3.5. Depuración y validación de la base de datos 30
3.5.1. Depuración de la base de datos 30
3.5.2. Validación de consistencia estructural del fuste 30
3.5.3. Validación de longitudes reales de trozas 31
3.6. Reconstrucción geométrica del fuste 32
3.6.1. Estructura de mediciones diamétricas y segmentación del fuste 32
3.6.2. Conformación de trozas para el cálculo volumétrico 33
3.7. Cálculo del volumen del fuste 33
3.7.1. Cálculo del volumen de las trozas mediante la ecuación de Smalian 33
3.7.1.1. Obtención del volumen total del fuste 35

3.7.1.2. Determinación de la longitud del ápice 36
3.7.1.3. Cálculo del volumen del ápice 38
3.7.1.4. Obtención del volumen observado total 39
3.8. Aplicación de las ecuaciones de estimación 41
3.8.1. Aplicación del modelo de altura total 41
3.8.2. Aplicación del modelo de volumen de una entrada 42
3.8.3. Aplicación del modelo de volumen de dos entradas 44
3.9. Evaluación estadística de las ecuaciones 46
3.9.1. Cálculo del error 46
3.9.2. Cálculo del error absoluto individual 47
3.9.3. Raíz del error cuadrático medio (RECM) 48
3.9.4. Error medio absoluto (EMA) 50
3.9.5. Diferencia agregada porcentual (DA%) 52
3.9.6. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon 54
3.10. Diagramas de dispersión (observado vs estimado) 56
3.11. Niveles de evaluación de los modelos 57
3.11.1. Validación general 57
3.11.2. Análisis por municipio 58
IV. Resultados y discusión 59
4.1. Validación de ecuaciones estimadoras para tres sitios 59
4.1.1. Interpretación general 59
4.1.2. Discusión resultante de la perspectiva general 63
4.2. Resultados por sitio 65

4.2.1. Municipio de Alalay 65
4.2.2. Discusión (Alalay) 69
4.2.3. Municipio de Tapacarí 70
4.2.4. Discusión (Tapacarí) 74
4.2.5. Municipio de Tiraque 75
4.2.6. Discusión (Tiraque) 79
4.2.7. Discusión comparativa 80
V. Conclusiones 81
VI. Recomendaciones 83
VII. Referencias 86
VIII. Anexos 89

Índice de tablas

Tabla 1. Características climáticas y altitudinales de los municipios de Alalay, Tiraque y Tapacarí 20

Tabla 2. Estadísticos de validación general de las ecuaciones evaluadas (n = 26) 59

Tabla 3. Estadísticos de validación del Municipio de Alalay 66

Tabla 4. Estadísticos de validación del Municipio de Tapacarí 70

Tabla 5. Estadísticos de validación del Municipio de Tiraque 75

Índice de figuras

Figura 1. Mapa de ubicación del área de estudio 22

Figura 2. Muestreo de árboles en el Municipio de Alalay 23

Figura 3. Muestreo de árboles en el Municipio de Tapacarí 24

Figura 4. Muestreo de árboles en el Municipio de Tiraque 25

Figura 5. Relación entre el volumen observado y el volumen estimado mediante la ecuación estimadora de volumen de una entrada 61

Figura 6. Relación entre el volumen observado y el volumen estimado mediante la ecuación estimadora de volumen de dos entradas 62

Figura 7. Relación entre la altura total observada y la altura total estimada mediante la ecuación estimadora de altura total 63

Figura 8. Relación entre el volumen observado y el volumen estimado mediante la ecuación estimadora de volumen de una entrada para la muestra de árboles del Municipio de Alalay 67

Figura 9. Relación entre el volumen observado y el volumen estimado mediante la ecuación estimadora de volumen de dos entradas para la muestra de árboles del Municipio de Alalay 68

Figura 10. Relación entre la altura total observada y la altura total estimada mediante el modelo de altura total para la muestra de árboles del Municipio de Alalay 69

Figura 11. Relación entre el volumen observado y el volumen estimado mediante la ecuación estimadora de volumen de una entrada para la muestra de árboles del Municipio de Tapacarí ... 72

Figura 12. Relación entre el volumen observado y el volumen estimado mediante la ecuación estimadora de volumen de dos entradas para la muestra de árboles del Municipio de Tapacarí .. 73

Figura 13. Relación entre la altura total observada y la altura total estimada mediante el modelo de altura total para la muestra de árboles del Municipio de Tapacarí 74

Figura 14. Relación entre el volumen observado y el volumen estimado mediante la ecuación estimadora de volumen de una entrada para la muestra de árboles del Municipio de Tiraque 77

Figura 15. Relación entre el volumen observado y el volumen estimado mediante la ecuación estimadora de volumen de dos entradas para la muestra de árboles del Municipio de Tiraque ... 78

Figura 16. Relación entre la altura total observada y la altura total estimada mediante el modelo de altura total para la muestra de árboles del Municipio de Tiraque 79

Índice de anexos

Anexo 1. Volumen real calculado, volumen y altura estimados por los modelos 89

Anexo 2. Errores de estimación, absolutos y al cuadrado de los modelos evaluados 90

Anexo 3. Estadísticos de validación (RECM, EMA y DA%) 90

Anexo 4. Prueba no paramétrica de Wilcoxon en SYSTAT (n = 26) 91

Anexo 4.1. Matriz ecuación de una, dos entradas y volumen real observado (SYSTAT) 91

Anexo 4.2. Matriz de modelo de altura total y altura total observada (SYSTAT) 92

Anexo 5. Prueba no paramétrica de Wilcoxon en SPSS (n = 26) 93

Anexo 5.1. Matriz ecuación de una, dos entradas y modelo de altura total observado 93

Anexo 6. Resultados preliminares generales (n =26) 94

Anexo 6.1. Preliminares generales 94

Anexo 6.2. Preliminares Municipio Alalay 94

Anexo 6.3. Preliminares Municipio Tapacarí 95

Anexo 6.4. Preliminares Municipio Tiraque 95

Anexo 7. Base de valores de Alalay (n = 10) 96

Anexo 8. Errores, errores absolutos, errores al cuadrado (Alalay) 96

Anexo 9. Estadísticos de validación (Alalay) 96

Anexo 10. Prueba no paramétrica de Wilcoxon en Alalay (SYSTAT; n = 10) 97

Anexo 10.1. Matriz ecuación de una, dos entradas y volumen real observado (SYSTAT) 97

Anexo 10.2. Matriz de modelo de altura total y altura total observada (SYSTAT) 98

Anexo 11. Prueba de Wilcoxon Municipio Alalay (SPSS; n = 10) 99

Anexo 11.1 Matriz de ecuación de una, dos entradas y modelo de altura total observado 99

Anexo 12. Tabla de valores Municipio Tapacarí (n = 10) 100

Anexo 13. Errores, errores absolutos, errores al cuadrado (Tapacarí) 100

Anexo 14. Estadísticos de validación (Tapacarí) 100

Anexo 15. Prueba no paramétrica de Wilcoxon Municipio Tapacarí (SYSTAT; n = 10).....101

Anexo 15.1 Matriz ecuación de una, dos entradas y volumen real observado (SYSTAT).....101

Anexo 15.2. Matriz de modelo de altura total y altura total observada (SYSTAT).....102

Anexo 16. Prueba de Wilcoxon Municipio Tapacarí (SPSS; n = 10).....103

Anexo 16.1 Matriz de ecuación de una, dos entradas y modelo de altura total observada 103

Anexo 17. Tabla de valores Municipio Tiraque (n = 6) 104

Anexo 18. Errores, errores absolutos, errores al cuadrado (Tiraque).....104

Anexo 19. Estadísticos de validación (Tiraque).....104

Anexo 20. Prueba no paramétrica de Wilcoxon Municipio Tiraque (SYSTAT; n = 6) 105

Anexo 20.1. Matriz ecuación de una, dos entradas y volumen real observado (SYSTAT).....105

Anexo 20.2. Matriz de modelo de altura total y altura total observada (SYSTAT).....106

Anexo 21. Prueba de Wilcoxon Municipio Tiraque (SPSS, n = 6) 107

Anexo 21.1. Matriz de ecuación de una, dos entradas y modelo de altura total observada 107